

---

# ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE CRECIMIENTO DE LA CURVINA GOLFINA *Cynoscion othonopterus* (PISCES: SCIAENIDAE) POR MEDIO DE LOS CASOS DEL MODELO DE SCHNUTE

JAIME EDZAE MENDIVIL-MENDOZA, GUILLERMO RODRÍGUEZ-  
DOMÍNGUEZ, SERGIO GUSTAVO CASTILLO-VARGASMACHUCA,  
GILBERTO GENARO ORTEGA-LIZÁRRAGA y  
EUGENIO ALBERTO ARAGÓN-NORIEGA

---

## RESUMEN

La curvina golfina, *Cynoscion othonopterus*, es una especie endémica del Alto Golfo de California, que actualmente está bajo una alta presión por pesca debido a que es el único recurso de escama con permiso de explotación en la región. Por ello es necesario conocer sus parámetros y patrón de crecimiento, a fin de contribuir con el manejo sustentable del recurso. El objetivo principal del trabajo fue demostrar que mediante los Casos especiales del Modelo de Schnute se obtienen los mismos parámetros y trayectorias de crecimiento que si se aplicaran los modelos de Von Bertalanffy, Logístico y Gompertz. Los datos analizados son valores promedio de edad a

la talla de la pesquería comercial de curvina golfina, los cuales provienen de tres fuentes de información. Se probaron las cuatro variantes del Modelo de Schnute y tres Casos especiales, equivalentes al Modelo de Von Bertalanffy (MCVB), Logístico y Gompertz. Los parámetros se obtuvieron por medio del algoritmo de máxima verosimilitud y la teoría de información de Akaike para jerarquizar los modelos examinados. Se concluye que el Modelo de Schnute, puede ser utilizado para describir a la perfección los parámetros de crecimiento y trayectorias de crecimiento como se obtienen con los modelos de Gompertz, MCVB y Logístico.



La curvina golfina (*Cynoscion othonopterus*) es un pez endémico del Alto

Golfo de California que pertenece a la familia Sciaenidae y es comúnmente llamada curvina o roncadador (Chao, 1995).

Es un pez migratorio ya que anualmente, durante los meses de febrero a mayo, se dirige con fines reproductivos hacia la

---

**PALABRAS CLAVE / Alto Golfo de California / Crecimiento Individual / Criterio de Información de Akaike / *Cynoscion othonopterus* / Modelo de Schnute /**

Recibido: 25/10/2016. Modificado: 13/09/2017. Aceptado 25/09/2017.

**Jaime Edzael Mendivil-Mendoza.** Biólogo, Instituto Tecnológico del Valle del Yaqui, México. M.C. en Recursos Acuáticos, Facultad de Ciencias del Mar-Universidad Autónoma de Sinaloa (FACIMAR-UAS). Estudiante de Doctorado en Ciencias en el Uso, Manejo y Preservación de los Recursos Naturales, Centro de Investigaciones Biológicas del Noroeste, (CIBNOR), México. e-mail: jemendivil@pg.cibnor.mx

**Guillermo Rodríguez-Domínguez.** Biólogo Pesquero, FACIMAR, México. Doctor en Ciencias Biológico Agropecuarias, Universidad Autónoma de Nayarit (UAN), México. Profesor-Investigador, FACIMAR-UAS, México. e-mail: guirodom@uas.edu.mx

**Sergio Gustavo Castillo-Vargasmachuca.** Doctor en Ciencias Biológico Agropecuarias, UAN, México. Profesor-Investigador, UAN, México. e-mail: sergioc@uan.edu.mx

**Gilberto Genaro Ortega-Lizárraga.** Biólogo Pesquero y Doctor en Ciencias en Recursos Acuáticos, FACIMAR-UAS, México. Investigador, Instituto Nacional de Pesca y Acuicultura de México. e-mail: gengil@hotmail.com

**Eugenio Alberto Aragón-Noriega.** Biólogo Pesquero, FACIMAR-UAS, México. Doctor en Ecología Marina, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada. Investigador, CIBNOR, México. Dirección: Centro de Investigaciones Biológicas del Noroeste, Unidad Sonora. Km 2.35 camino al Tular, Estero Bacochibampo, Guaymas, Sonora, México. C.P. 85454. e-mail: aaragon04@cibnor.mx

---

Reserva de la Biosfera del Alto Golfo de California y Delta del Río Colorado (RBAGC y DRC), específicamente en la boca del DRC (Román-Rodríguez, 2000; Erisman *et al.*, 2012). *C. othonopterus* es una especie ovípara, iterópara y gonocórica (Aragón-Noriega, 2014) de alto valor pesquero por el volumen que representa y debido a que se pesca durante la cuaresma.

Con el fin de aprovechar el recurso sin afectar su capacidad de renovación, en 2005 entró en vigor la NOM-063-PESC-2005 donde se establecen talla mínima de captura 65cm de longitud total, uso de red agallera 5/4 pulgadas de luz de malla y cuotas de capturas para cada temporada. Actualmente el recurso curvina representa la pesquería más importante en el Alto Golfo de California (AGC), ya que es la única especie de escama con permiso de explotación pesquera dentro del AGC por decreto del Gobierno de México (DOF, 2015). Se sabe que el crecimiento es uno de los parámetros clave en la evaluación de los *stocks* de peces, ya que es referencia para denotar la respuesta que éstos presentan con relación a las influencias ambientales y actividades humanas (Gherard *et al.*, 2013). Por esta razón el análisis de los parámetros de crecimiento individual es indispensable. Existe una vasta literatura que aborda el estudio del crecimiento en organismos acuáticos, apoyado en el uso de un solo modelo de crecimiento condicionando los datos de la muestra a ajustarse al modelo.

En ese contexto, el modelo de crecimiento más comúnmente utilizado en peces para describir estos parámetros es el de Von Bertalanffy (MCVB) (Von Bertalanffy, 1938) (Gherard *et al.*, 2013; Hadj-Taieb *et al.*, 2013). Actualmente la mayoría de las investigaciones que tratan acerca del crecimiento de las especies se apoyan en el enfoque de múltiples modelos y por medio de la teoría de la información se determina el modelo ganador, siempre y cuando este último tenga un peso de evidencia  $\geq 90\%$  (Burnham y Anderson, 2002). Por otra parte, en ocasiones es complicado establecer el mejor modelo por medio de la teoría de la información, ya que se pueden presentar varios modelos que estén fuertemente respaldado por los datos. En ese contexto la inferencia multimodelo (IMM) es una alternativa robusta para el análisis del crecimiento en peces (Katsanevakis y Maravelias, 2008) ya que utiliza el valor del parámetro en cuestión que genera cada modelo con el fin de obtener un parámetro promedio.

Cuando se ha utilizado el enfoque multimodelo en estudios de crecimiento de peces (Alp *et al.*, 2011; Baer *et al.*, 2011; Aragón-Noriega, 2014;

Arzola-Sotelo, 2014) con el objetivo de encontrar la trayectoria y parámetros de crecimiento que mejor describan el crecimiento de la especie, es muy común que se pongan a prueba los modelos de Gompertz (Gompertz, 1825), Logístico (Ricker, 1975), MCVB y Schnute (Schnute, 1981). Cabe señalar que el modelo de Schnute es un modelo versátil de cuatro parámetros que matemáticamente presenta cuatro casos de solución; a su vez, incorpora casos especiales que representan diversos modelos dependientes de los valores de los parámetros de  $a$  y  $b$  (para más detalle ver la tabla I de Schnute, 1981).

La mayoría de los estudios sobre crecimiento de *C. othonopterus* han utilizado únicamente el MCVB (Román-Rodríguez, 2000; Erisman *et al.*, 2009, 2014; Gerard *et al.*, 2013). Los parámetros de los modelos MCVB, Logístico y Gompertz tienen significados diferentes. Por ello, una ventaja de usar el Modelo de Schnute es que los parámetros para los Casos especiales son los mismos ( $y_1$ ,  $y_2$ ,  $a$  y  $b$ ), lo que permite hacer inferencias más adecuadas. Otra ventaja es que se generan curvas asintóticas y no asintóticas y se puede definir la que mejor describa el crecimiento de la especie en estudio con el mismo modelo. Por último, una de las capacidades del modelo es que se pueden obtener los parámetros que comúnmente se necesitan en las evaluaciones pesqueras, como son  $L_\infty$  y  $k$ . Debido a la escasa información sobre el uso del modelo versátil de Schnute y el uso constante de los modelos comúnmente usados (MCVB, Logístico y Gompertz) se planteó como objetivo estimar los parámetros de crecimiento individual de curvina golfinia *C. othonopterus* mediante el enfoque multicasos por medio del Modelo de Schnute y tres de sus Casos especiales  $y$ , a su vez, compa-

rar estos últimos con los modelos específicos MCVB, Logístico y Gompertz.

## Materiales y Métodos

### Base de datos

La información de edad a la longitud se obtuvo de la base de datos de CONABIO (SNIB-CONABIO; [www.conabio.gob.mx/institucion/cgibin/datos.cgi?Letras=L&Numero=298VERIFICAR](http://www.conabio.gob.mx/institucion/cgibin/datos.cgi?Letras=L&Numero=298VERIFICAR) URL) particularmente en datos ecológicos 4??? (Román-Rodríguez, 2000). La información de esta base de datos proviene de capturas dirigidas, así como de captura incidentales en otras pesquerías. Para información más detallada sobre el periodo de muestreo, cantidad de peces muestreados por mes, años y sexo, se recomienda consultar directamente la base de datos. La longitud total se obtuvo por medio de un ictiómetro graduado en mm, los organismos se colocaron de costado y se siguió una dirección paralela al eje céfalo-caudal del cuerpo. La edad se obtuvo al contar las bandas de crecimiento anual observadas en la sección transversal de los otolitos. Para validar las determinaciones de edad, Román-Rodríguez (2000) utilizó las relaciones entre edad y peso de otolitos, edad y radio de los otolitos, así como longitud y radio de los otolitos (para más detalles véase también Gherard *et al.*, 2013). De esta base de datos se desprendieron tres fuentes de información: a) datos retrocalculados (Román-Rodríguez, 2000), b) datos promedio de la Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO), y c) datos promedio de edad-longitud publicados por el Centro Regional de Investigación Pesquera (CRIP, 2005).

TABLA I  
PARÁMETROS DE CRECIMIENTO PARA *Cynoscion othonopterus*  $k$ ,  $t_0$  Y  $L_\infty$   
(BASE DE DATOS ROMÁN-RODRÍGUEZ) GENERADOS POR LOS CASOS  
ESPECIALES DEL MODELO DE SCHNUTE Y LOS MODELOS DE VON  
BERTALANFFY, LOGÍSTICO Y GOMPERTZ

Parámetro	Especial 1	MCVB	Especial 2	Logístico	Especial 3	Gompertz
$y_1$	311,13		320,37		315,43	
$y_2$	885,66		868,08		876,13	
$a$	0,163		0,449		0,305	
$b$	1		-1		0	
$n$	9	9	9	9	9	9
$L_\infty$	1099,01	1099,01	912,11	912,11	965,55	965,55
$k$		0,163		0,449		0,305
$t_0$	-1,038	-1,038		2,37		1,367
$\tau^*$			2,37		1,367	
$\sigma$	0,0260	0,0260	0,0389	0,0389	0,0322	0,0322
$\Phi$	3	3	3	3	3	3
LL	20,078	20,078	16,442	16,442	18,147	18,147
AICc	-29,356	-29,356	-22,084	-22,084	-25,493	-25,493

Descripción de los casos utilizados

El Modelo de Crecimiento de Schnute (Schnute, 1981) es un modelo de cuatro parámetros que matemáticamente puede tomar ocho formas distintas de curva proyectada, conforme a los valores que tomen los parámetros a y b. En este estudio se describe:

*Schnute Caso 1* siempre que  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ , de la siguiente manera:

$$L_t = \left\{ y_1^b + (y_2^b - y_1^b) \left[ \frac{1 - e^{-a(t-\tau_1)}}{1 - e^{-a(\tau_2-\tau_1)}} \right] \right\}^{\frac{1}{b}}$$

*Schnute Caso 2* siempre que  $a \neq 0$ ,  $b = 0$ , de la siguiente manera:

$$L_t = y_1 \exp \left[ \ln \left( \frac{y_2}{y_1} \right) \frac{1 - e^{-a(t-\tau_1)}}{1 - e^{-a(\tau_2-\tau_1)}} \right]$$

*Schnute Caso 3* siempre que  $a = 0$ ,  $b \neq 0$ , de la siguiente manera:

$$L_t = \left\{ y_1^b + (y_2^b - y_1^b) \left[ \frac{t - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} \right] \right\}^{\frac{1}{b}} \text{ y}$$

*Schnute Caso 4* siempre que  $a = 0$ ,  $b = 0$ , de la siguiente manera:

$$L_t = y_1 \exp \left[ \ln \left( \frac{y_2}{y_1} \right) \frac{t - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} \right]$$

El Caso especial 1 es la misma ecuación que Schnute Caso 1 siempre que  $a > 0$  y  $b = 1$ ; el Caso especial 2 es la misma ecuación que en el Schnute Caso 1 siempre que:  $a > 0$  y  $b = -1$ . En estos dos casos especiales el parámetro b se encuentra fijo por lo que estos dos casos

especiales se convierten en un modelo de tres parámetros. El Caso especial 3 es el Caso 2 siempre que:  $a > 0$  y  $b = 0$ .

A continuación se describen los parámetros que se utilizan en estos modelos. En las ecuaciones precedentes, t: edad a la longitud;  $\tau_1$ : edad mínima del conjunto de datos;  $\tau_2$ : edad máxima del conjunto de datos; a: constante relacionada con la tasa de crecimiento (Schnute Caso 1, 2, 3 y 4). El parámetro a solo es equivalente al parámetro k en los modelos de Von Bertalanffy, Logístico y Gompertz, siempre y cuando se utilicen los casos especiales de Schnute. Si solo se utiliza Schnute casos 1, 2, 3 y 4 el parámetro a tiene una definición diferente. Para mayor información ver la tabla II en Schnute (1981: 1132). También, b: tasa de incremento relativa de la tasa relativa de crecimiento;  $y_1$ : longitud a la edad  $\tau_1$  y  $y_2$ : longitud a la edad  $\tau_2$ .

Para calcular  $L_\infty$  en los casos del modelo de Schnute y casos especiales siempre que esto sea posible (en los casos 3 y 4 no es posible calcular este parámetro) se utilizan las ecuaciones siguientes:

Donde  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$

$$L_\infty = \left[ \frac{e^{a\tau_2} y_2^b - e^{a\tau_1} y_1^b}{e^{a\tau_2} - e^{a\tau_1}} \right]^{\frac{1}{b}}$$

Donde  $a \neq 0$ ,  $b = 0$

$$L_\infty = \exp \left[ \frac{e^{a\tau_2} \ln y_2 - e^{a\tau_1} \ln y_1}{e^{a\tau_2} - e^{a\tau_1}} \right]$$

Para calcular  $\tau_0$  siempre que  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$

$$\tau_0 = \tau_1 + \tau_2 - \frac{1}{a} \ln \left[ \frac{e^{a\tau_2} y_2^b - e^{a\tau_1} y_1^b}{y_2^b - y_1^b} \right]$$

Para calcular  $\tau^*$  siempre que  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$

$$\tau^* = \tau_1 + \tau_2 - \frac{1}{a} \ln \left[ \frac{b(e^{a\tau_2} y_2^b - e^{a\tau_1} y_1^b)}{y_2^b - y_1^b} \right]$$

Donde  $a \neq 0$ ,  $b = 0$

$$\tau^* = \tau_1 + \tau_2 - \frac{1}{a} \ln \left[ \frac{e^{a\tau_2} - e^{a\tau_1}}{\ln \left( \frac{y_2}{y_1} \right)} \right]$$

En las ecuaciones precedentes,  $\tau^*$ : punto de inflexión en edad-longitud, y  $\tau_0$ : edad teórica en la cual la longitud es 0.

Los casos fueron ajustados mediante el algoritmo de máxima verosimilitud logarítmica mediante la ecuación

$$LL(\Phi \text{ datos}) = - \left( \frac{n}{2} \right) (\ln(2\pi) + * \ln(\sigma) + 1)$$

donde LL: máxima verosimilitud logarítmica,  $\Phi$ : parámetros de los casos y  $\sigma$ : desviación estándar a través de la estructura de error multiplicativo y fue calculada como

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\ln L_{t \text{ obs}} - \ln L_{t \text{ est}})^2}{n}}$$

Selección del mejor caso e inferencia del crecimiento individual

La selección del caso que mejor describió el patrón de crecimiento de curvina golfina se llevó a cabo a través de una forma corregida del criterio de información de Akaike (AIC<sub>c</sub>) (Shono, 2000; Burnham y Anderson, 2002). Se asume que las desviaciones están normalmente distribuidas con varianza constante. El caso con el menor valor de AIC<sub>c</sub> (AIC<sub>c, min</sub>) fue seleccionado como el que mejor se ajustó a los datos.

$$AIC_c = AIC + (2k(k+1))/(n-k-1)$$

donde AIC para máxima verosimilitud logarítmica es  $AIC = -2LL + 2k$ , n: número de observaciones, k: número de parámetros en el modelo, y LL: la máxima verosimilitud logarítmica

Se calcularon para todos los casos los valores de  $\Delta_i$  así como la diferencia entre los AIC<sub>c</sub> de cada caso

TABLA II  
PARÁMETROS DE CRECIMIENTO PARA *Cynoscion othonopterus* k,  $t_0$  Y  $L_\infty$  (BASE DE DATOS CONABIO) GENERADOS POR LOS CASOS ESPECIALES DEL MODELO DE SCHNUTE Y LOS MODELOS DE VON BERTALANFFY, LOGÍSTICO Y GOMPERTZ

Parámetro	Especial 1	MCVB	Especial 2	Logístico	Especial 3	Gompertz
$y_1$	225,68		219,19		221,60	
$y_2$	842,75		807,08		824,70	
a	0,106		0,534		0,309	
b	1		-1		0	
n	9	9	9	9	9	9
$L_\infty$	1306,04	1306,04	838,88	838,88	930,90	930,90
k		0,106		0,534		0,309
$t_0$	-0,792	-0,792		2,95		2,169
$\tau^*$			2,95		2,169	
$\sigma$	0,1702	0,1702	0,1480	0,1480	0,1590	0,1590
$\Phi$	3	3	3	3	3	3
LL	3,164	3,164	4,425	4,425	3,780	3,780
AICc	4,471	4,471	1,950	1,950	3,240	3,240

(AIC<sub>i</sub>) y el AIC<sub>c</sub> con el menor valor (AIC<sub>min</sub>), según la ecuación

$$D_i = AIC_{c,i} / AIC_{c, \min}$$

Para cada caso se calculó la plausibilidad (el peso de la evidencia a favor del caso i) a través de la ponderación del criterio de información 'Akaike' (w<sub>i</sub>) como se describe a continuación:

$$w_i = \frac{\exp(-0.5\Delta_i)}{\sum_{k=1}^6 \exp(-0.5\Delta_k)}$$

Con el propósito de evitar redundancia no se utilizan los valores de Δ<sub>i</sub> de los modelos Gompertz, Logístico y MCVB.

Mediante un enfoque de inferencia multicasos, se determinó los parámetros 'promedio' de y<sub>1</sub>, y<sub>2</sub>, a y b según las siguientes ecuaciones:

$$\bar{y}_1 = \sum_{i=1}^6 w_i \hat{y}_{1,i}$$

$$\bar{y}_2 = \sum_{i=1}^6 w_i \hat{a}_{2,i}$$

$$\bar{a} = \sum_{i=1}^6 w_i \hat{a}_{1,i}$$

$$\bar{b} = \sum_{i=1}^6 w_i \hat{b}_{1,i}$$

## Resultados y Discusión

Para cada base de datos, (Román-Rodríguez, CONABIO y CRIP), se calcularon los valores de los parámetros y<sub>1</sub>, y<sub>2</sub>, a y b de los Casos especiales y se presentan en las tablas I, II y III, respectivamente. Así mismo se calcularon los parámetros L<sub>∞</sub>, k y τ<sub>0</sub> o τ\* para los modelos específicos de MCVB, Logístico y Gompertz y los obtenidos por los Casos especiales de Schnute; esto para las tres bases de datos. Se encontró que los valores de los parámetros de crecimiento de las asociaciones (MCVB - Caso especial 1), (Logístico - Caso especial 2) y (Gompertz - Caso especial 3) son exactamente los mismos para cada par de asociaciones. Aunado a lo anterior, los valores de σ, LL y AIC<sub>c</sub> para cada par de asociaciones mencionadas arriba son idénticos, por lo que los modelos específicos y los Casos especiales del modelo de Schnute son estadísticamente equivalentes (Tablas I, II y III). Se encontró que

las trayectorias de las curvas de crecimiento para cada par de asociaciones son idénticas para las tres bases de datos (Figuras 1, 2 y 3).

Los parámetros de crecimiento de curvina golfina *Cynoscion othonopterus* han sido mayormente evaluados mediante el modelo de crecimiento de Von Bertalanffy (MCVB) (Román-Rodríguez, 2000; Erisman *et al.*, 2009, 2012, 2014; Gherard *et al.*, 2013) bajo el supuesto de ser el más común en pesquerías (Katsanevakis y Maravelias, 2008).

La característica principal de MCVB es que genera una curva de crecimiento asintótico, que lo convierte en una de sus desventajas debido a que puede ser utilizado erróneamente para describir el crecimiento de especies que presentan un crecimiento no asintótico, además su funcionamiento depende en gran medida de la calidad de los datos y el tamaño de la muestra (Cailliet *et al.*, 2006). Por otra parte, se ha reportado que existen organismos que presentan patrones de crecimiento tanto determinado como

TABLA III  
PARÁMETROS DE CRECIMIENTO PARA *Cynoscion othonopterus* k, t<sub>0</sub> y L<sub>∞</sub> (BASE DE DATOS CRIP) GENERADOS POR LOS CASOS ESPECIALES DEL MODELO DE SCHNUTE Y LOS MODELOS DE VON BERTALANFFY, LOGÍSTICO Y GOMPERTZ

Parámetro	Especial 1	MCVB	Especial 2	Logístico	Especial 3	Gompertz
y <sub>1</sub>	160,42		167,11		163,20	
y <sub>2</sub>	683,22		652,29		666,57	
a	0,222		0,734		0,468	
b	1		-1		0	
n	8	8	8	8	8	8
L <sub>∞</sub>	823,74	823,74	663,67	663,67	704,48	704,48
k		0,222		0,734		0,468
t <sub>0</sub>	0,023	0,023		2,48		1,812
τ*			2,48		1,812	
σ	0,0057	0,0057	0,0432	0,0432	0,0252	0,0252
Φ	3	3	3	3	3	3
LL	30,043	30,043	13,787	13,787	18,106	18,106
AIC <sub>c</sub>	-48,087	-48,087	-15,573	-15,573	-24,211	-24,211

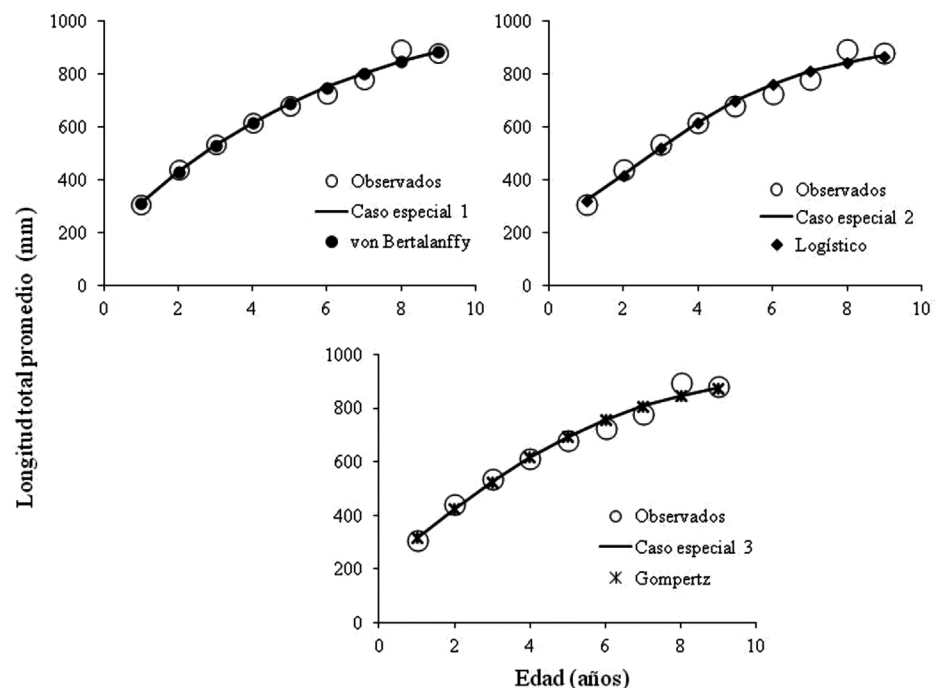


Figura 1. Curvas de crecimiento de *Cynoscion othonopterus* (base de datos Román-Rodríguez) para los Casos especiales del Modelo de Schnute comparadas con sus pares de modelos específicos de Von Bertalanffy, Logístico y Gompertz.

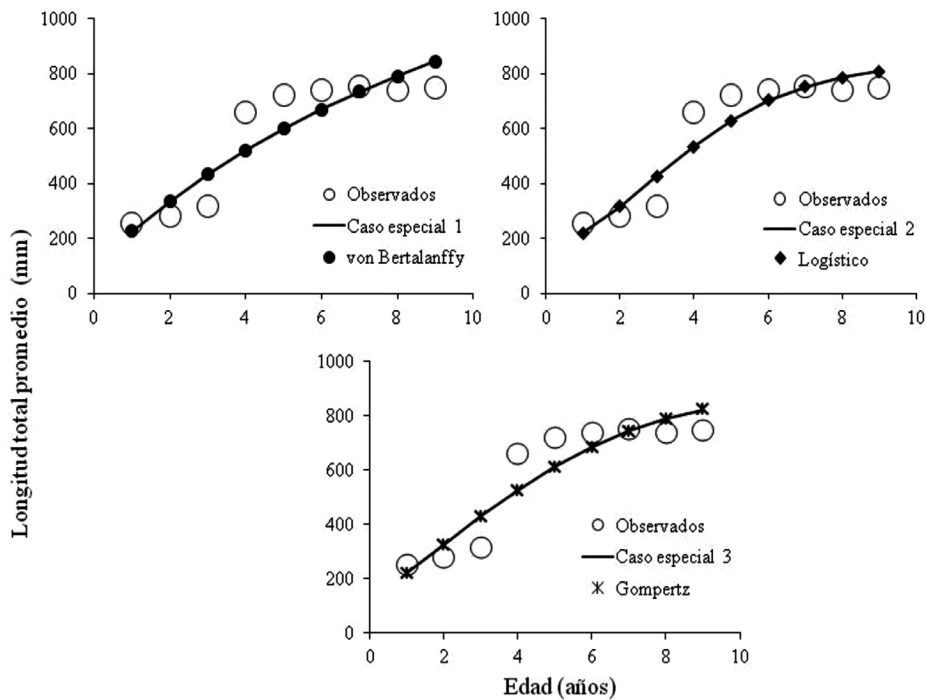


Figura 2. Curvas de crecimiento de *Cynoscion othonopterus* (base de datos CONABIO) para los Casos especiales del Modelo de Schnute comparadas con sus pares de modelos específicos de Von Bertalanffy, Logístico y Gompertz.

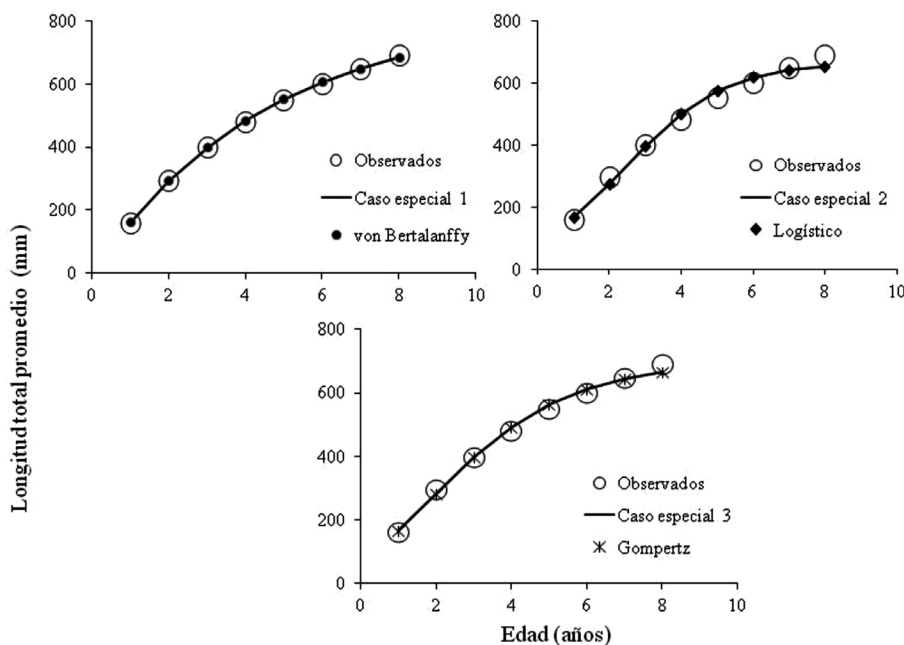


Figura 3. Curvas de crecimiento de *Cynoscion othonopterus* (base de datos CRIP) para los Casos especiales del Modelo de Schnute comparadas con sus pares de modelos específicos de Von Bertalanffy, Logístico y Gompertz.

indeterminado (Karkach, 2006) y teniendo en cuenta este hecho es necesario poner a prueba varios modelos (asintótico y no asíntóticos) que ayuden a describir de mejor manera los datos observados (Burnham y Anderson, 2002). Bajo este

contexto, el crecimiento de curvina golfina mediante el enfoque multimodelo solo ha sido analizado por Aragón-Noriega (2014) y Arzola-Sotelo (2014). Algunos de los modelos en común que analizaron dichos autores corresponden a los más

utilizados para la determinación del crecimiento en pesquerías (Von Bertalanffy, Gompertz y logístico) además de incorporar el modelo de crecimiento versátil de Schnute Caso 1. En investigaciones previas (Montgomery *et al.*, 2010; Rodríguez-Domínguez *et al.*, 2014; Ortega-Lizárraga *et al.*, 2016) describieron las trayectorias de las curvas y parámetros de crecimiento en dos crustáceos (*Metapenaeus macleayi* y *Callinectes arcuatus*) con los cuatro Casos del modelo de Schnute, y un Caso especial de Schnute equivalente al modelo de Von Bertalanffy. Sin embargo, ninguno de los trabajos mencionados comprueba estadísticamente que el caso especial de Schnute que emplean arroja los mismos valores de los parámetros de crecimiento del modelo de Von Bertalanffy, ya que solo parten del supuesto de Schnute (1981) donde menciona que existen ciertos modelos de crecimiento que son equivalente a sus Casos especiales. Por lo tanto, en la presente investigación se demuestra estadísticamente que los parámetros  $k$ ,  $\tau_0$ ,  $\tau^*$ ,  $L_\infty$  y las trayectorias de las curvas de crecimiento de los Casos especiales 1, 2 y 3 de Schnute son exactamente iguales a los modelos de Von Bertalanffy, Logístico y Gompertz, respectivamente.

Al demostrar este hecho, se propone utilizar el Modelo de Schnute con sus respectivos Casos especiales para poder determinar los parámetros y curvas de crecimiento de las especies, especialmente si se pretende utilizar los parámetros de crecimiento en otros análisis pesqueros (e.g. coeficiente de mortalidad, análisis de población virtual, potencial reproductivo, talla óptima de captura e indicadores de sustentabilidad). Por ser un modelo que presenta varias curvas teóricas, es capaz de representar un crecimiento tanto asíntótico como no asíntótico. Por otro lado, permite hacer estimaciones de parámetros en ausencia de individuos muy jóvenes o muy longevos (Cerdenares-Ladrón de Guevara *et al.*, 2011). Al ser solo un modelo (Schnute) que proponemos utilizar, podría haber confusión para quienes han trabajado con la inferencia multimodelo, ya que podrán pensar que estaríamos en contra de lo propuesto por Katsanevakis y Maravelias (2008), quienes demuestran que la mejor alternativa es la inferencia multimodelo. Sin embargo, cabe mencionar que si se utiliza el Modelo de Schnute se puede hacer inferencia multicasesos, debido a que genera varias curvas conforme a los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  que representan y que son equivalentes a otros modelos específicos. Utilizar el Modelo de Schnute también tiene otra ventaja con respecto de utilizar diferentes modelos al momento de emplear la inferen-

cia multicasos, ya que los parámetros de los modelos puestos a prueba tendrían significado distinto. Por lo tanto, solo se puede obtener el parámetro promedio de interés, que por lo general es  $L_{\infty}$ . Los parámetros de Schnute tienen el mismo significado en todos sus casos, por lo que permite obtener un modelo promedio con los parámetros de  $y_1$ ,  $y_2$  a y b. Si se desea continuar con análisis de modelos de manejo pesquero a partir de estos cuatro parámetros se pueden obtener los necesarios, como  $L_{\infty}$  y k.

El patrón de crecimiento de curvina golfina y la elección del caso que describió mejor los parámetros y la curva de crecimiento se llevó a cabo mediante la teoría de la información. Este enfoque ha sido recomendado como una alternativa más sólida en comparación con los enfoques tradicionales (Katsanevakis, 2006). El criterio de información de Akaike (AIC, por sus siglas en inglés) es el más común entre los enfoques de teoría de información (Katsanevakis, 2006; Cruz-Vásquez *et al.*, 2012). En las tres bases de datos se utilizó el AIC en su versión corregida (AICc) (Shono, 2000) puesto que el número de datos fue  $<40$  debido a que se utilizaron valores de longitud promedio. Aunado a lo anterior, se determinó el Caso de Schnute que mejor describe el patrón de crecimiento de curvina golfina, al tomar en cuenta el menor valor de AICc de todos los casos que se pusieron a prueba para cada base de datos.

Para la base de datos Román-Rodríguez, la cual contiene datos promedios ‘retrocalculados’, el Caso 3 de Schnute fue el que mejor se ajustó a los datos con un valor de (AICc= -32,727), representado por un patrón de crecimiento no asintótico. La explicación para este patrón de crecimiento radica en que el retrocálculo no contempla la variabilidad individual de la edad a la longitud, ya que presenta un incremento constante de la talla conforme el organismo se vuelve longevo. Por lo anterior, se debe tener cuidado al momento de utilizar datos retrocalculados para la toma de decisiones, ya que el crecimiento de los peces varía en las distintas etapas de vida debido a la falta de alimento, cambios ambientales o de hábitat (Ricker, 1975). Específicamente para curvina golfina el crecimiento presenta un retraso por la redistribución de energía después de los dos años, debido a la maduración y procesos reproductivos (Ohnishi *et al.*, 2012; Gherard *et al.*, 2013). El patrón de crecimiento que mejor describe esta característica biológica se ve reflejado en una curva bifásica (Aragón-Noriega, 2014).

Para la base de datos promedio de CONABIO el crecimiento fue mejor descrito por el Caso especial 2 de Schnute - Logístico (AICc= 1,950) que representa una curva asintótica sigmoide. Esto último coincide con lo descrito por Arzola-Sotelo (2014), quien mediante datos de edad a la longitud total de CONABIO

utilizó los modelos de Von Bertalanffy, Logístico, Gompertz y Schnute Caso 1, y al emplear el enfoque multimodelo determinó que el Modelo Logístico fue el que mejor estuvo respaldado por los datos debido a que presentó el menor valor de AICc en relación a los demás modelos. Aragón-Noriega (2014) demostró mediante la inferencia multimodelo que curvina golfina presenta un crecimiento bifásico de tipo sigmoide y demuestra que la especie tiene un crecimiento lento en las primeras etapas de vida.

Por último, con la información de la base de datos del CRIP el Caso 1 de Schnute fue el que mejor se ajustó a los datos (AICc= -51,487), lo cual indica un patrón de crecimiento asintótico no sigmoide típico de la curva generada por el Modelo de Von Bertalanffy (Figura 4). Esto coincide con lo reportado por Román-Rodríguez (2000), Erisman *et al.* (2009, 2014) y Gerard (2013); sin embargo, se debe tener en cuenta que el Modelo de Von Bertalanffy tiende a describir de forma inadecuada las etapas tempranas de las especies (Gamito, 1998). Por lo tanto, antes de tomar cualquier decisión al momento de establecer un patrón definitivo de crecimiento de alguna especie, debe ser analizado desde el punto de vista biológico. Los resultados indican que los modelos que mejor se ajustaron para las tres bases de datos generaron tres diferentes curvas de crecimiento con interpretación biológica completamente distinta, y esta explicación se debe a la cantidad de datos dentro de una clase de tallas y la naturaleza de los mismos. Es necesario tener suficientes datos de la pesquería comercial de todas las clases de tallas posibles y utilizar un enfoque multicasos basado en el Modelo de Crecimiento de Schnute para poder definir con mayor robustez el crecimiento de la curvina golfina.

Finalmente se realizó la inferencia multicasos mediante el Modelo de Schnute a cada una de las bases de datos (Tabla IV). Para las bases Román-Rodríguez y CRIP el modelo ganador obtuvo un valor de ponderación  $w_i >80\%$ , pero en la base de datos CONABIO ese valor fue  $<40\%$ . Los valores de  $\Delta_i <7$ , para la base de datos Román-Rodríguez fueron obtenidos en cuatro casos, incluido el ganador ( $\Delta_i = 0$ ). Solo dos casos para la base de datos CRIP y en la base de datos CONABIO todos los casos presentaron los valores de  $\Delta_i <3$ . Con los casos cuyos valores de  $\Delta_i$  fueron  $<7$  (en cada base de datos) se obtuvo un ‘modelo promedio’ a partir de los parámetros ‘promedio’ de  $y_1$ ,  $y_2$ , a y b (Tabla IV). Para lo anterior no se tienen registros

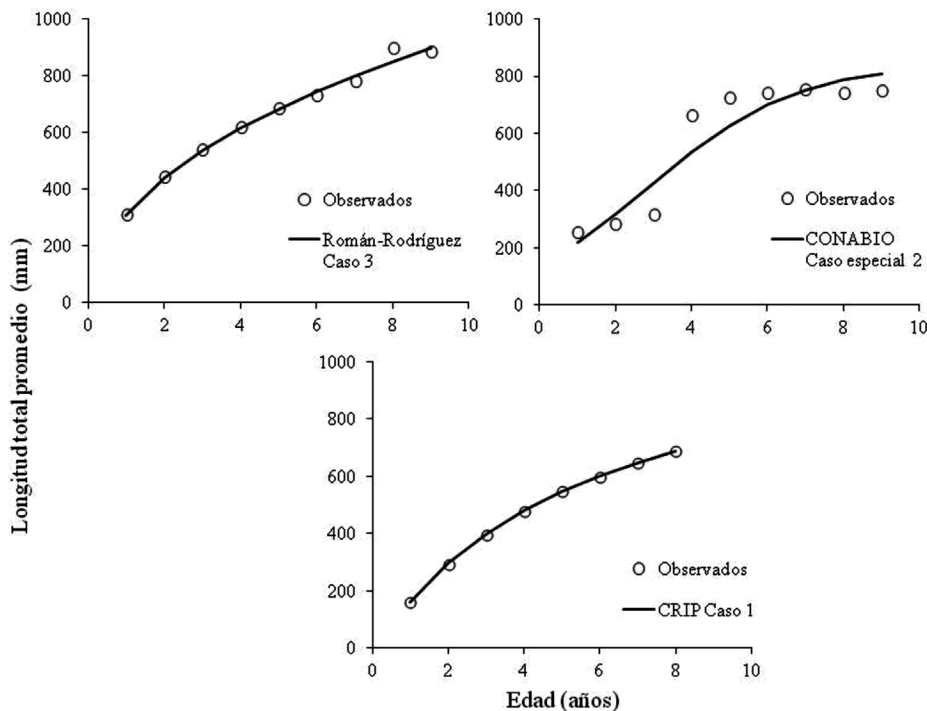


Figura 4. Patrones de crecimiento que mejor se ajustaron a *Cynoscion othonopterus* en las diversas bases de datos.

TABLA IV  
PARÁMETROS ( $y_1$ ,  $y_2$ ,  $a$  Y  $b$ ) DE LOS CASOS DEL MODELO DE SCHNUTE

Casos del Modelo de Schnute	k	AICc	$\Delta_i$	$w_i$ (%)	$y_1$	$y_2$	a	b
Base de datos Román-Rodríguez								
Caso 1	4	-25,842	6,9	2,56	306,92	902,39	-0,062	2,643
*Caso 2								
Caso 3	3	-32,727	0	80,05	307,48	896,83	0	2,198
Caso 4	2	-9,076	23,7	0	382,44	1006,93	0	0
Especial 1	3	-29,356	3,4	14,84	311,13	885,66		
Especial 2	3	-22,084	10,6	0,39	320,37	868,08		
Especial 3	3	-25,493	7,2	2,15	315,43	876,13		
Modelo promedio	4	-25,131			308,23	894,76	0,031	1,972
Base de datos CONABIO								
Caso 1	4	4,490	2,5	10,86	222,74	746,65	6,675	-22,265
*Caso 2								
Caso 3	3	4,986	3,0	8,48	230,72	872,84	0	1,371
Caso 4	2	4,520	2,6	10,70	288,99	973,07	0	0
Especial 1	3	4,471	2,5	10,97				
Especial 2	3	1,950	0	38,68				
Especial 3	3	3,240	1,3	20,30				
Modelo promedio	4	10,086			229,23	831,35	1,006	-2,580
Base de datos CRIP								
Caso 1	4	-51,487	0	84,54	159,99	687,50	0,162	1,257
*Caso 2								
Caso 3	3	-33,936	17,6	0,01	159,53	701,72	0	1,971
Caso 4	2	1,787	53,3	0	228,84	834,28	0	0
Especial 1	3	-48,087	3,4	15,44				
Especial 2	3	-15,573	35,9	0				
Especial 3	3	-24,211	27,3	0				
Modelo promedio	4	-50,783			160,06	686,84	0,172	1,217

(k) número de parámetros, (AIC<sub>c</sub>) criterio de información de Akaike, ( $\Delta_i$ ) diferencias de Akaike, ( $w_i$ ) ponderación de AIC<sub>c</sub>

\* El Caso 2 pasó a ser especial 3 debido a que el valor de  $a$  fue mayor a 0 y para evitar redundancia no se presentan los valores ya que se resolvió libremente.

bibliográficos; más bien surge de la necesidad de aclarar la confusión existente entre los colegas que manejan la inferencia multimodelo, quienes después de hacer inferencia sobre algún parámetro de interés aluden al promedio de este último como un modelo promedio. Ahora bien, si se desea obtener un verdadero modelo promedio, se debe de tener en cuenta que se deben de manejar los mismos parámetros en cada modelo puesto a prueba y esta característica solo se obtiene al utilizar el Modelo de Crecimiento de Schnute.

## Conclusiones

Se demuestra estadística y gráficamente que el Modelo de Schnute representa a la perfección los parámetros de crecimiento individual ( $L_\infty$ ,  $k$  y  $\tau_0$  o  $\tau^*$ ) de los modelos de crecimiento comúnmente más utilizados en pesquerías, como son el Von Bertalanffy, Logístico y Gompertz. Se recomienda utilizar el Modelo de Schnute, sus casos de solución y los Casos especiales mediante el enfoque de inferencia multicases, para determinar cuál es el caso que mejor se ajusta a los datos y lograr mayor certeza sobre el patrón de crecimiento de la curvina

golfina. También se demuestra que mediante el Modelo de Schnute se pueden calcular los parámetros de  $L_\infty$  y  $k$  para aplicarlos a los modelos de evaluación de stocks.

## AGRADECIMIENTOS

JEMM agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada para la realización de sus estudios de posgrado (número de beca 248936). EAAAN recibió financiamiento de CONACYT (CB-2012-1 Project 178727). CONABIO autorizó el uso de su banco de datos Hoja de cálculo SNIB-CONABIO proyecto N° 298.

## REFERENCIAS

Alp A, Kara C, Ückardes F, Carol J, García-Berthou E (2011) Age and growth of the European catfish (*Silurus glanis*) in a Turkish reservoir and comparison with introduced populations. *Rev. Fish Biol. Fish.* 21: 283-294.

Aragón-Noriega EA (2014) Modelando el crecimiento individual de la corvina golfina, *Cynoscion othonopterus* (Pisces: Sciaenidae), con el enfoque multimodelo. *Rev. Cienc. Mar.* 40: 149-161.

Arzola-Sotelo EA (2014) Aplicación del enfoque multimodelo para la evaluación del crecimiento individual de la curvina golfina *Cynoscion othonopterus* en el Alto Golfo de California. *Cienc. Pesq.* 22: 79-88.

Baer A, Schulz C, Traulsen I, Krieter J (2011) Analysing the growth of turbot (*Psetta maxima*) in a commercial recirculation system with the use of three different growth models. *Aquacult. Int.* 19: 497-511.

Burnham KP, Anderson DR (2002) *Model Selection and Multimodel Inference: A Practical Information-theoretic Approach*. Springer. Nueva York, EEUU. 488 pp.

Cailliet GM, Smith WD, Mollet HF, KJ Goldman (2006) Age and growth studies of chondrichthyan fishes: the need for consistency in terminology, verification, validation, and growth function fitting. *Environ. Biol. Fish.* 77: 211-228.

Cerdenares-Ladrón de Guevara G, Morales-Bojórquez E, Rodríguez-Sánchez R (2011) Age and growth of the sailfish *Istiophorus platypterus* (Istiophoridae) in the Gulf of Tehuantepec, Mexico. *Mar. Biol. Res.* 7: 488-499.

Chao LN (1995) Sciaenidae. Corvinas, barbiches, bombaches, corvinatas, corvinetas, corvinillas, lambes, pescadillas, roncachos, vrugatos. En Fischer W, Krupp F, Schneider W, Sommer C, Carpenter KE, Niem V (Eds.) *Guía FAO para Identificación de Especies para los Fines de la Pesca. Pacífico Centro-Oriental*. FAO, RM, ITA. pp. 1427-1518.

CRIP (2005) *Compilación Biológico-Pesquera de Corvina Golfina, Cynoscion othonopterus en el Alto Golfo de California*. Reporte Técnico. Centro Regional de Investigación Pesquera. SAGARPA. México. 12 pp. www.iaes.gob.mx/UserFiles/Image/Curvina%201/\_private/ INFORME\_TECNICO\_v6\_(Final\_060611).docx (Cons. 13/06/2016).

Cruz-Vásquez R, Rodríguez-Domínguez G, Alcántara-Razo E, Aragón-Noriega EA (2012) Estimation of individual growth parameters of the Cortes Geoduck *Panopea globosa* from the central Gulf of California using a multimodel approach. *J. Shellfish Res.* 31: 725-732.

DOF (2015) Acuerdo por el que se suspende temporalmente la pesca comercial mediante el uso de redes de enmalle, cimbras y/o palangres operadas con embarcaciones menores, en el norte del Golfo de California. *Diario Oficial de la Federación*. 10/04/2015. México. [https://conbio.org/images/content\\_groups/Marine/Acuerdo\\_Prohibicion\\_Redes\\_y\\_Cimbras\\_140115\\_\(2\)-FINAL.pdf](https://conbio.org/images/content_groups/Marine/Acuerdo_Prohibicion_Redes_y_Cimbras_140115_(2)-FINAL.pdf) (Cons. 13/08/2016).

Erisman BE, Paredes G, Mascareñas-Osorio I, Aburto Oropeza O (2009) *Preliminary Report on the Gulf Corvina, Cynoscion othonopterus*. Technical Report. NOS. EEUU. 77 p.

Erisman BE (2012) Evaluation of available data, preliminary data poor assessment and recommendations for the Gulf corvina fishery in the Gulf of California. Technical Report. Environmental Research Fund. ZLa Jolla, CA, EEUU. 39 p.

Erisman B, Aburto-Oropeza O, González-Abraham C, Mascareñas-Osorio I, Moreno-Baez M, Hastings PA (2012) Spatio-temporal dynamics of a fish spawning aggregation and its fishery in the Gulf of California. *Sci. Rep.* 2(284): 1-11.

- Erisman B, Apel AM, MacCall AD, Román MJ, Fujita R (2014) The influence of gear selectivity and spawning aggregation fishery. *Fish. Res.* 159: 75-87.
- Gamito S (1998) Growth models and their use in ecological modeling: an application to a fish population. *Ecol. Modell.* 113: 83-94.
- Gherard KE; Erisman BE; Aburto-Oropeza O, Rowell K, Allen LG (2013) Fishery-Dependent Estimates of Growth, Development, and Reproduction in Gulf Corvina (*Cynoscion othonopterus*). *Bull. So. Calif. Acad. Sci.* 112: 1-18.
- Gompertz B (1825) On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. *Phil. Trans. R. Soc. B.* 115: 513-583.
- Hadj-Taieb A, Ghorbel M, Hadj-Hamida NB, Jarboui O (2013) Sexratio, reproduction, and growth of the gilthead sea bream, *Sparus aurata* (Pisces: Sparidae), in the Gulf of Gabes, Tunisia. *Cienc. Mar.* 39: 101-112.
- Karkach A S (2006) Trajectories and models of individual growth. *Demogr. Res.* 15: 347-400.
- Katsanevakis S (2006) Modelling fish growth: Model selection, multi-model inference and model selection uncertainty. *Fish. Res.* 81: 229-235.
- Katsanevakis S, Maravelias D (2008) Modelling fish growth: Multimodel inference as a better alternative to a priori using the von Bertalanffy equation. *Fish. Res.* 9: 178-187.
- Montgomery SS, Walsh CT, Haddon M, Kesby CL, Johnson DD (2010) Using length data in the Schnute Model to describe growth in a metapenaeid from waters off Australia. *Mar. Freshw. Res.* 61: 1435-1445.
- Ohnishi S, Yamakawa T, Okamura H, Akamine T (2012) A note on the von Bertalanffy growth function concerning the allocation of surplus energy to reproduction. *Fish. Bull.* 110: 223-229.
- Ortega-Lizárraga G, Rodríguez-Domínguez G, Pérez-González R, Castañeda-Lomas N, Aragón-Noriega EA (2016) Estimation of growth parameters of male blue crabs *Callinectes arcuatus* (Brachyura: Portunidae) from the Gulf of California using the Schnute model. *Lat. Am. J. Aquat. Res.* 44: 71-379.
- Ricker WE (1975) Computation and interpretation of biological statistics of fish populations. *Fish. Res. Board Can. Bull.* 191: 382.
- Román-Rodríguez MJ (2000) *Estudio Poblacional del Chano Norteño, Micropogonias megalops y la curvina Golfina Cynoscion othonopterus (Gilbert) (Pisces: Sciaenidae), Especies Endémicas del Alto Golfo de California, México.* Informe final. IMADES. SNIB-CONABIO. Proyecto N° L298. México. 143 pp. [www.conabio.gob.mx/institucion/proyectos/resultados/InfL298.pdf](http://www.conabio.gob.mx/institucion/proyectos/resultados/InfL298.pdf) (Cons. 21/05/2015).
- Rodríguez-Domínguez G, Castillo-Vargasmachuca SG, Ramírez-Pérez JS, Pérez-González R, Aragón-Noriega EA (2014) Modelos múltiples para determinar el crecimiento de organismos juveniles de jaiba azul *Callinectes arcuatus* en cautiverio. *Cienc. Pesq.* 22: 29-35.
- Schnute J (1981) A versatile growth model with statistically stable parameters. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 38: 1128-1140.
- Shono H (2000) Efficiency of the finite correction of Akaike's information criteria. *Fish. Sci.* 66: 608-610.
- Von Bertalanffy L (1938) A quantitative theory of organic growth. *Human Biol.* 10: 181-213.

## ESTIMATION OF GROWTH PARAMETERS IN GULF CORVINA *Cynoscion othonopterus* (PISCES: SCIAENIDAE) THROUGH CASES OF THE SCHNUTE MODEL

Jaime Edrael Mendivil-Mendoza, Guillermo Rodríguez-Domínguez, Sergio Gustavo Castillo-Vargasmachuca, Gilberto Genaro Ortega-Lizárraga and Eugenio Alberto Aragón-Noriega

### SUMMARY

The gulf corvine, *Cynoscion othonopterus*, is an endemic species of the upper Gulf of California, which is under a high pressure by fishing because is the only finfish resource with permission of exploitation in the region. Therefore, it is necessary to know its growth parameters and growth pattern so as to contribute to the sustainable management of the resource. The objective of the study was to demonstrate that through the special cases of the Schnute model the same growth parameters can be achieved as if Von Bertalanffy, logistic and Gompertz models were used. The data analyzed are average values of

age-at-size of the commercial fishery of gulf corvina, which come from three sources of information. The four cases of Schnute model and three special cases, similar to those of Von Bertalanffy, logistic and Gompertz were tested. The maximum log-likelihood algorithm was used to parametrize the models. The models were hierarchized using the Akaike information criterion. It was concluded that Schnute model can be used to perfectly describe the growth parameters and curve trajectories in the same way as described by the Von Bertalanffy, Logistic and Gompertz growth models.

## ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE CRESCIMENTO DA CORVINA DO GOLFO *Cynoscion othonopterus* (PISCES: SCIAENIDAE) POR MEIO DOS CASOS DO MODELO DE SCHNUTE

Jaime Edrael Mendivil-Mendoza, Guillermo Rodríguez-Domínguez, Sergio Gustavo Castillo-Vargasmachuca, Gilberto Genaro Ortega-Lizárraga e Eugenio Alberto Aragón-Noriega

### RESUMO

A corvina do golfo, *Cynoscion othonopterus*, é uma espécie endêmica do Alto Golfo de Califórnia, que atualmente está sob uma alta pressão por pesca devido a que é o único recurso de escama com permissão de exploração na região. Por isto é necessário conhecer seus parâmetros e padrão de crescimento, a fim de contribuir com o manejo sustentável do recurso. O objetivo principal do trabalho foi demonstrar que mediante os Casos especiais do Modelo de Schnute se obtêm os mesmos parâmetros e trajetórias de crescimento aos que serão aplicados os modelos de Von Bertalanffy, Logístico e Gompertz. Os dados analisados são valores médios de idade

adequados à medida da pescaria comercial de corvina do golfo, os quais provêm de três fontes de informação. Foram testadas as quatro variantes do Modelo de Schnute e três Casos especiais, equivalentes ao Modelo de Von Bertalanffy (MCVB), Logístico e Gompertz. Os parâmetros se obtiveram por meio do algoritmo de máxima verossimilitude e a teoria de informação de Akaike para yerarquizar os modelos examinados. Conclui-se que o Modelo de Schnute, pode ser utilizado para descrever à perfeição os parâmetros de crescimento e trajetórias de crescimento como se obtêm com os modelos de Gompertz, MCVB e Logístico.